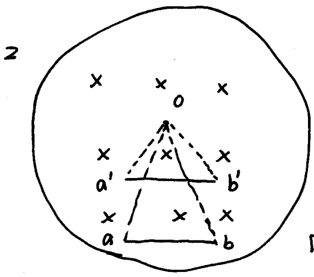
电磁感应（I）

1. 长直导线中电流 I 增加，矩形线圈处磁感强度 $\vec{B}$ 方向垂直纸面向外，大小增加。

由楞次定律：感应电流产生磁感强度 $\vec{B}'$ 的方向要阻碍 $\vec{B}$ 的变化

所以 $\vec{B}'$ 方向垂直纸面向里，感应电流为顺时针方向

2



作辅助线，用直导线把圆心 o 和直导线 ab 和 a'b' 两端相连，构成闭合回路。注意，沿半径方向的直导线上电动势为零。

由法拉第电磁感应定律

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi}{dt}$$

abo 回路 $\phi = B\cdot\frac{1}{2}\overline{ab}\, h$

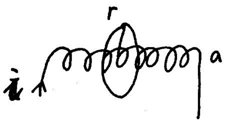
a'b'o 回路 $\phi' = B\cdot\frac{1}{2}\overline{ab}\cdot h'$ （$h > h'$）

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{abo} = \frac{dB}{dt}\cdot\frac{1}{2}\overline{ab}\cdot h$$

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_{a'b'o} = \frac{dB}{dt}\cdot\frac{1}{2}\overline{ab}\cdot h'$$

由于 $h > h'$，$\Rightarrow$ $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$

3.



真空长直螺线管中 $B = \mu_0 n i = \mu_0 n I_m \sin\omega t$

半径为 r 的圆形回路的磁通量

$$\phi_m = B\cdot\underline{\underline{\pi a^2}}$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\pi a^2\cdot\mu_0 n I_m\,\omega\cos\omega t$$

$$= -\mu_0 n\omega\pi a^2 I_m\cos\omega t$$ （负号表示方向）

75

4. 动生电动势：

$$\mathcal{E}_i = \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

$\vec{v}\times\vec{B}$ 的方向垂直纸面向外，$\Rightarrow$ $\vec{v}\times\vec{B}$ 垂直于导线 $d\vec{l}$

所以 $(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=0 \Rightarrow \mathcal{E}_i=0$

5 重点题：

铜盘可以看成由无数长为 R 的直导线密排而成，

每根直导线上的电动势 $\mathcal{E}_i=\frac{1}{2}BR^2\omega$，方向与 $\vec{v}\times\vec{B}$ 相同

电动势方向由中心 o 指向边缘。

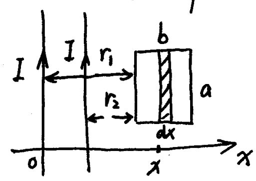
6. 铜环和木环上各点的感生电场强度处处相同。

电动势 $\mathcal{E}_i=\oint \vec{E}_i\cdot d\vec{l}$

与环的材料无关；

所以铜环中感应电动势等于木环中感应电动势。

铜环中会有感应电流，木环中无自由电子，无电流。

7. 

两直导线在右侧坐标为 x 处的磁感强度

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}+\frac{\mu_0 I}{2\pi(x-r_1+r_2)}$$

方向垂直纸面向里

设矩形条 ds 的法线正方向也是垂直纸面向里，矩形框顺时针为正方向

$$\Phi_m=\int\vec{B}\cdot d\vec{s}=\int B\,ds=\int_{r_1}^{r_1+b}\left[\frac{\mu_0 I}{2\pi x}+\frac{\mu_0 I}{2\pi(x-r_1+r_2)}\right]a\,dx$$

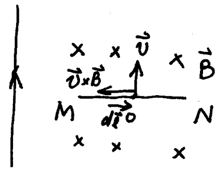
$$=\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\left[\ln\frac{r_1+b}{r_1}+\ln\frac{r_2+b}{r_2}\right]$$

$$=\frac{\mu_0 I a}{2\pi}\ln\frac{(r_1+b)(r_2+b)}{r_1 r_2}$$

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\phi_m}{dt} = -\frac{a\mu_0\omega I_0\cos\omega t}{2\pi}\ln\frac{(r_1+b)(r_2+b)}{r_1 r_2}$$

8. 用直导线连接MN，整个回路MeNoM磁通量不变，电动势为零，或者 $\mathcal{E}_{MeN} = \mathcal{E}_{MoN}$

直导线MoN中的电动势



$$\mathcal{E}_{MoN} = \int_M^N (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

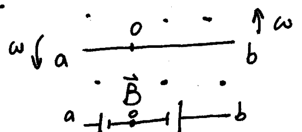
$$= -\int_M^N vB\cdot dr$$

$$= -\int_{a-R}^{a+R} v\frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr$$

$$= -\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{a+R}{a-R} < 0$$

电动势方向从N指向M，即 $\vec{v}\times\vec{B}$ 的方向

9、重点题



ao段电动势 $\frac{1}{2}B\frac{1}{9}L^2\omega = \frac{1}{18}BL^2\omega$ 方向从o指向a

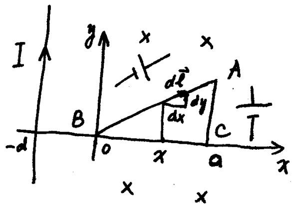
ob段电动势 $\frac{1}{2}B\cdot\frac{4}{9}L^2\omega = \frac{4}{18}BL^2\omega$ 方向从o指向b

$U_a - U_o = \frac{1}{18}BL^2\omega$， $U_b - U_o = \frac{4}{18}BL^2\omega$

电势差 $U_a - U_b = U_a - U_o - (U_b - U_o)$

$$= -\frac{1}{6}BL^2\omega$$

10 线圈ABC的电动势可以由AB, BC和CA三直导线中电动势之和得到



(1) AB导线：电动势 $\mathcal{E}_{BA}=\int_B^A(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

$$\mathcal{E}_{BA}=\int_B^A vB\,dl\cdot\cos\theta$$

$$=\int_B^A v\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi(d+x)}\cdot dy$$

图中可得 $\frac{dy}{b}=\frac{dx}{a}\Rightarrow dy=\frac{b}{a}dx$

$$\mathcal{E}_{BA}=\int_0^a v\frac{\mu_0 I}{2\pi(d+x)}\frac{b}{a}dx$$

$$=\frac{\mu_0 Ivb}{2\pi a}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)>0$$, 方向从B指向A.

(2) BC导线 $\mathcal{E}_{BC}=\int_B^C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

$$=\int_B^C vB\,dl\cdot\cos\frac{\pi}{2}=0$$

(3) CA导线 $\mathcal{E}_{CA}=\int_C^A(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

$$=\int_C^A v\cdot B\cdot dl\cos 0^\circ$$

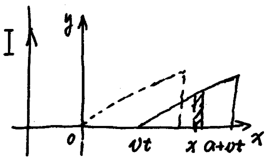
$$=\int_0^b v\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+d)}\cdot dy=\frac{\mu_0 Ivb}{2\pi(a+d)}>0$$

方向从C指向A

总电动势 $\mathcal{E}_i=\mathcal{E}_{BA}-\mathcal{E}_{CA}=\frac{\mu_0 Ivb}{2\pi}\left[\frac{1}{a}\ln\left(1+\frac{a}{d}\right)-\frac{1}{a+d}\right]$, 顺时针方向

78

10. 方法二：



设 $t=0$ 时刻线圈 ABC 位于原点处，

t 时刻运动到图示位置．

在 x 坐标处取宽为 dx 的矩形条．高为 y

$$\frac{x-vt}{a}=\frac{y}{b} \Rightarrow y=\frac{b}{a}(x-vt)$$

取顺时针方向为回路 ABC 的正方向

$$\phi_m=\int \vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_{vt}^{a+vt}\frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)}\cdot\frac{b}{a}(x-vt)\cdot dx$$

$$=\frac{\mu_0 I b}{2\pi a}\int_{vt}^{a+vt}\left[1-\frac{d+vt}{x+d}\right]dx$$

$$=\frac{\mu_0 I b}{2\pi a}\left[a-(d+vt)\ln\frac{d+a+vt}{d+vt}\right]$$

$$=\frac{\mu_0 I b}{2\pi a}\left[a-(d+vt)\ln\frac{d+a+vt}{d+vt}\right]$$

$$E_i=-\frac{d\phi_m}{dt}=+\frac{\mu_0 I b}{2\pi a}v\ln\frac{d+a+vt}{d+vt}$$

$$+\frac{\mu_0 I b}{2\pi a}(d+vt)\left[-\frac{va}{(d+a+vt)(d+vt)}\right]$$

$$=\frac{\mu_0 I v b}{2\pi}\left[\frac{1}{a}\ln\frac{a+d+vt}{d+vt}-\frac{1}{d+a+vt}\right]$$

当 B 与长直导线距离为 d 时，$t=0$．此时

$$E_i=\frac{\mu_0 I v b}{2\pi}\left[\frac{1}{a}\ln\frac{a+d}{d}-\frac{1}{d+a}\right]>0 \quad 顺时针方向．$$

